

Benoit Loisel : *Génération de certains sous-groupes profinis des groupes algébriques.*

Résumé : On considère un groupe algébrique réductif sur un corps local. On peut munir le groupe des points rationnels d'une structure de groupe topologique, héritée de celle du corps local, et l'on s'intéresse aux sous-groupes compacts pour cette topologie. Dans la stratégie de Bruhat-Tits qui vise à attacher un immeuble affine à un groupe réductif sur un corps local, on introduit des modèles entiers du groupe réductif. Après quelques rappels sur les modèles entiers, on verra comment réaliser certains sous-groupes compacts du groupe des points rationnel du groupe algébrique. Dans ce contexte (topologie localement compacte totalement discontinue), les sous-groupes compacts peuvent alors s'étudier en tant que groupes profinis. On verra comment générer à l'aide de modèles entiers, ou de théorie de Lie, certains de ces sous-groupes (sous-groupes compacts maximaux, sous-groupes d'Iwahori, sous-groupes pro- p maximaux).

Maxime Pelletier : *Un problème de branchement.*

Résumé : J'envisagerais de commencer par présenter rapidement le problème (très) général de branchement pour des groupes réductifs complexes : si on a deux tels groupes $G \subset \hat{G}$, on s'intéresse à une représentation irréductible de \hat{G} et à sa décomposition en somme directe de représentations irréductibles de G , et donc aux coefficients apparaissant dans cette décomposition.

Puis je parlerais des coefficients de Kronecker, qui sont un cas particulier de ce qui précède pour $G = GL(V_1) \times GL(V_2)$ et $\hat{G} = GL(V_1 \otimes V_2)$ (V_1 et V_2 étant des espaces vectoriels complexes de dimension finie). En particulier, je présenterais différentes notions de stabilité de ces coefficients, qui sont indexés par des triplets de partitions, et notés $g_{\alpha,\beta,\gamma}$:

- un triplet de partitions (α, β, γ) est stable si, pour tout triplet (λ, μ, ν) , la suite $(g_{\lambda+d\alpha, \mu+d\beta, \nu+d\gamma})_d$ est stationnaire ;
- un triplet (α, β, γ) est faiblement stable si, pour tout $d \in \mathbb{N}^*$, $g_{d\alpha, d\beta, d\gamma} = 1$.

Je voudrais parler un petit peu de certains travaux déjà existants sur ces notions, avant de présenter ce que j'ai fait : une autre démonstration d'un résultat (datant de janvier 2015) qui est que tout triplet faiblement stable est stable (la réciproque est plus facile et connue depuis plus longtemps). L'idée est que cette nouvelle démonstration permet, pour certains triplets (α, β, γ) particuliers, de déterminer des bornes explicites à partir desquelles la suite $(g_{\lambda+d\alpha, \mu+d\beta, \nu+d\gamma})_d$ est constante.

Le principe de départ de cette démonstration est d'exprimer les coefficients de Kronecker comme dimension d'espaces de sections invariantes de fibrés en droites :

$$g_{\alpha,\beta,\gamma} = \dim H^0(X, \mathcal{L})^G,$$

où G est un groupe réductif agissant sur une variété X (qui est un produit de variétés de drapeaux), et \mathcal{L} un fibré en droites G -linéarisé sur X . Il s'agit ensuite d'utiliser quelques résultats de Théorie Géométrique des Invariants, concernant les points semi-stables par rapport à un fibré en droites.

Benoit Dejoncheere : *Compactifications magnifiques et D -modules.*

Résumé : Soit G un groupe algébrique semi-simple adjoint sur \mathbb{C} , et σ une involution de G .

Introduite en 1983 par De Concini et Procesi, la compactification magnifique de G/G^σ est une G -variété complète, contenant G/G^σ comme unique orbite ouverte et avec une action sur le bord vérifiant de bonnes propriétés. Après en avoir donné une construction simple et quelques propriétés, je me pencherai sur le cas particulier de la compactification magnifique X de $\mathrm{PGL}_3/\mathrm{SO}_3$. X étant une PGL_3 -variété, on a un morphisme naturel de l'algèbre enveloppante \mathfrak{U} de \mathfrak{sl}_3 vers l'algèbre $D(X)$ des opérateurs différentiels algébriques globaux sur X . J'exhiberai un opérateur différentiel algébrique global sur X qui ne vient pas de \mathfrak{U} , grâce auquel on pourra prouver, pour tout faisceau inversible \mathcal{L} sur X , la simplicité de $\Gamma(X, \mathcal{L})$ en tant que module sur $D(X)$ tordu par \mathcal{L} .

Antoine Caradot : *Déformations de singularités de Klein.*

Résumé : Soit Γ un sous-groupe fini de $SU_2(\mathbb{C})$. On peut interpréter le quotient naturel \mathbb{C}^2/Γ comme une hypersurface de \mathbb{C}^3 possédant une unique singularité isolée. On les appelle singularités de Klein. La résolution de cette singularité met en lumière un lien entre \mathbb{C}^2/Γ et les diagrammes de Dynkin homogènes A,D,E. A l'aide de symétries sur ces diagrammes de Dynkin, on peut également définir des singularités liées aux diagrammes inhomogènes B, C, F_4 et G_2 . H. Cassens et P. Slodowy ont construit la déformation semi-universelle des singularités de type A,D,E en terme de carquois et de géométrie symplectique. Je présenterai leur construction, puis je montrerai comment l'étendre aux cas inhomogènes. La déformation semi-universelle d'une singularité inhomogène est une application $\alpha : X \rightarrow \mathfrak{h}/W$, déformation semi-universelle d'une singularité homogène avec une action de G ($G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ou S_3) qui la rend invariante. En prenant les points fixes en bas, on obtient une action de G sur chaque fibre et on peut passer au quotient. On obtient alors une déformation non semi-universelle d'une autre singularité de Klein, et l'on peut décrire son défaut à la semi-universalité. Tout ceci sera illustré par des exemples sur les cas A_{2r-1} et D_4 .